EJERCICIOS RESUELTOS DE SELECTIVIDAD DE P.A.U. ANDALUCÍA

IES TRASSIERRA – CÓRDOBA Prof. Francisco Luque Ruiz

Telf: 957 734900 e-mail: pluque@iestrassierra.com

Año: 2006 Modelo: 3 Opción: A Nº: 1, Valor: 2,5 Ptos.

Resuelto por: Antonio Granados

Enunciado:

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina un punto de la curva de ecuación $y = x\,e^{-x^2}$ en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

1 - Identifico la función a optimizar, que es la pendiente.

$y = x \cdot e^{-x^2}$; $y' = 1 \cdot e^{-x^2} + \underbrace{x \cdot (-2x) \cdot e^{-x^2}}$; $y' = e^{-x^2}(1 + x \cdot (-2x))$;

$\underbrace{\boxed{y' = e^{-x^2} \cdot (1 - 2x^2)}}_{\text{PENDIENTE}} = m(x)$

$y = e^{-x^2}$; $y' = e^{-x^2} \cdot -2x$; $y' = -2x \cdot e^{-x^2}$

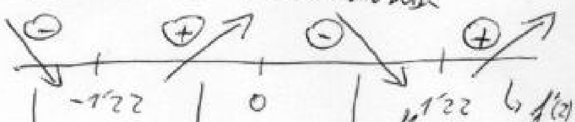
2 - Realizo la derivada y la igualo a cero.

$m(x) = e^{-x^2}(1-2x^2)$; $m'(x) = -2x \cdot e^{-x^2} \cdot (1-2x^2) + e^{-x^2} \cdot (-4x)$;

$m'(x) = e^{-x^2} \cdot (-2x + 4x^3 - 4x)$; $\boxed{m'(x) = e^{-x^2}(4x^3 - 6x)} = 0$

$m'(x)$: $\cancel{e^{-x^2} = 0}$; $4x^3 - 6x = 0$; $x(4x^2 - 6) = 0$; $\boxed{x = 0}$; $4x^2 - 6 = 0$; $\boxed{x = \pm 1'22}$

3 - Estudio la monotonía



$f'(2)$ $e^{-x^2} \cdot (4x^3 - 6x) = 0'01 \cdot 20 =$ ⊕

$f'(1)$ $e^{-x^2} \cdot (4x^3 - 6x) = 0'36 \cdot (-2) =$ ⊖

$f'(-1)$ $e^{-x^2} \cdot (4x^3 - 6x) = 0'36 \cdot 2 =$ ⊕

$f'(-2)$ $e^{-x^2} \cdot (4x^3 - 6x) = 0'01 \cdot (-20) =$ ⊖

4 - Conclusión respecto al planteamiento del problema.

Hay un máximo en $x = 0$, por lo que el punto será

$(0, f(0)) \Rightarrow \boxed{P(0, 0)}$

$y = x \cdot e^{-x^2}$; $y = 0 \cdot e^{-0^2}$; $y = 0 \cdot 1$; $y = 0$